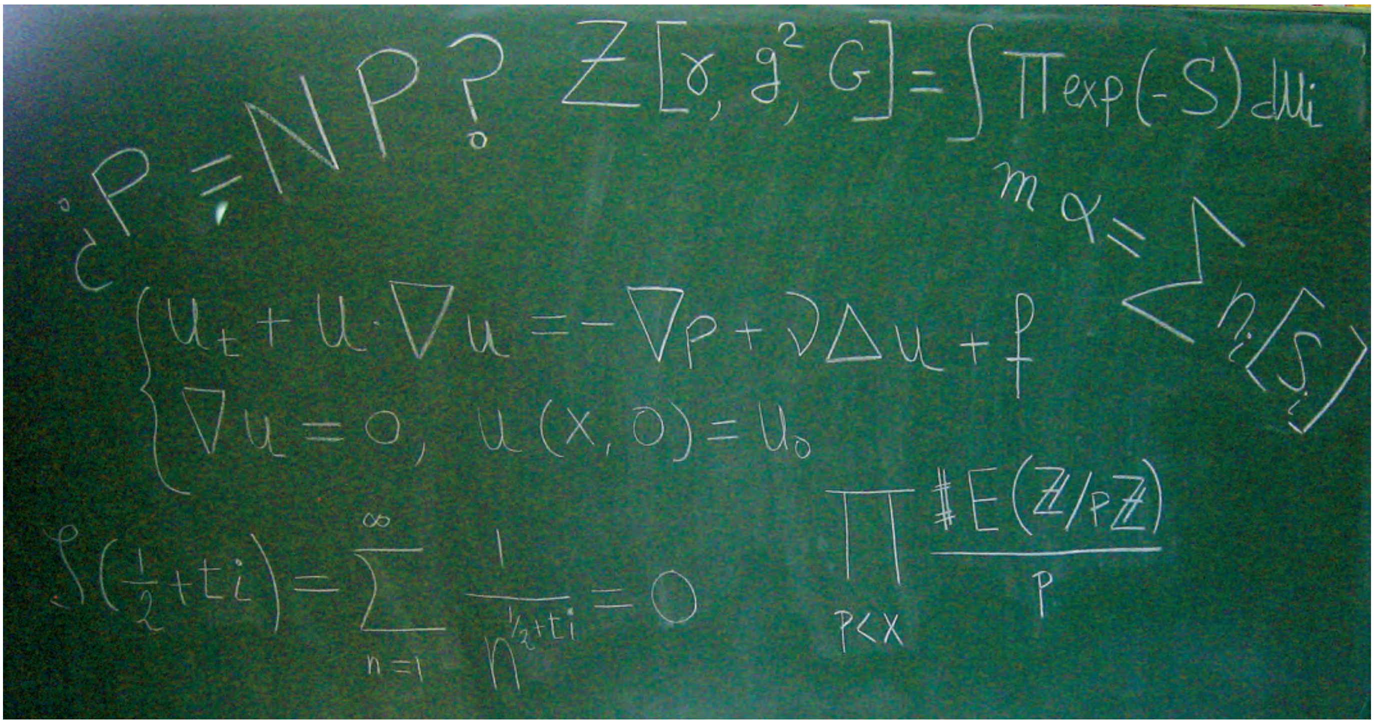
6 problemas aún sin resolver

Cumbre matemática en Barcelona para estudiar los llamados Problemas del Milenio

Eran siete los problemas matemáticos del milenio pero recientemente Gregori Perelman los ha dejado en seis. Estos días, la Real Sociedad Matemática Española estudia en Barcelona estos desafíos. Francisco Javier Soria, de la Universidad de Barcelona, analiza para El Cultural su dificultad.

¿Qué son esos grandes enigmas de las Matemáticas? ¿Cómo es que, después de tantos miles de años, desde los primeros estudiosos de Mesopotamia o la Grecia Clásica hasta nuestros días, todavía hay problemas sin resolver? La respuesta a la segunda cuestión es fácil: las Matemáticas son una ciencia en continuo avance y evolución (cosa que sorprende a más de uno, aunque basta reseñar que sólo en 2010 se han publicado más de 70.000 artículos y libros en esta disciplina), y las nuevas técnicas y resultados dan pie a nuevos retos.

Para contestar a la primera pregunta quizá convendría aclarar que es muy fácil fabricar problemas a los que hoy nadie sabría responder. Así pues,



¿cuándo podemos decir que un problema matemático es interesante? Entre otras cosas, habrá que tener en cuenta el grado de dificultad del enunciado, la relevancia de sus posibles aplicaciones o la "elegancia" de sus conceptos e ideas. Un ejemplo claro de cuál ha sido durante muchos años una de las preguntas que más han mantenido en vilo a los matemáticos es el llamado Último Teorema de Fermat (UTF), que asegura que no existen soluciones de la ecuación $x^n+y^n = z^n$ si el exponente n es mayor que 2. No fue hasta el año 1995 (¡pasados más de 350 años!) que A. Wiles encontró una solución.

A lo largo de la historia ha habido otros hitos de importancia. En 1900, coincidiendo con el cambio de siglo y en el marco del segundo Congreso Internacional de Matemáticos celebrado en París, uno de los más afamados estudiosos de la época, el alemán D. Hilbert, propuso un listado de 23 problemas con vistas a establecer lo que habrían de ser las principales referencias de investigación en el siglo XX. Aunque algunas de estas cuestiones tuvieron enseguida una rápida respuesta, otras desafiaron a las mentes más ilustres durante algunos años y, en la actualidad, sólo quedan dos sin resolver (si bien hay alguna más que levanta una cierta discusión entre los expertos), ambos en el ámbito de la llamada Teoría de Números: la Hipótesis de Riemann (número 8) y la extensión del Teorema de Kronecker-Weber (número 12). Más recientemente, en el año 2000, y en conmemoración del nuevo milenio, la Fundación Clay de Estados Unidos, bajo la supervisión de los matemáticos más laureados de nuestros días, instauró siete premios dotados con un millón de dólares, conocidos como los Problemas del Milenio, que representan las más altas cotas del conocimiento matemático del siglo XXI.

FÓRMULAS DE LOS SEIS PROBLEMAS POR RESOLVER

Entre ellos encontramos nuevamente la Hipótesis de Riemann, incluida en la primera lista de Hilbert y que, a día de hoy, puede considerarse como el problema que tiene más solera (data del año 1859). El resto provienen de campos tan diversos como la física cuántica, la computación, la topología, la geometría y la mecánica de fluidos.

La hipótesis de Riemann. Afirma que una cierta función sólo se anula en un conjunto de puntos que están todos sobre una recta del plano. La trascendencia de este resultado es que nos daría un conocimiento preciso de la distribución de los números primos, elementos básicos de la criptografía y presentes en todo tipo de transacciones bancarias y electrónicas. Una evidencia de que el resultado que se espera sea cierto es que los primeros cien mil millones de ceros que se conocen satisfacen la condición.

Las ecuaciones de Navier-Stokes. Describen el movimiento de un fluido líquido o gaseoso (y tienen aplicaciones, por ejemplo, en el diseño de aviones). Aunque la evidencia física y experimental nos dice que son correctas, nadie ha encontrado todavía la manera de probar que tienen una solución.

Conjetura de Hodge. Es quizá el más abstracto de los problemas y afirma que ciertos objetos algebraicos, que tienen una definición compleja, pueden ser obtenidos como combinaciones de componentes elementales (este afán de simplificación es muy usual en Matemáticas y podría ser comparado con encontrar la estructura atómica de una molécula complicada). No hay un consenso claro en si esta cuestión tendrá, finalmente, una solución positiva.

P versus NP. Este problema es uno de los más novedosos, y se enmarca dentro del campo de la teoría moderna de la Computación y el estudio de algoritmos. Su descripción es muy sencilla: si para un cierto problema es fácil probar que algo es, o no es, una solución del mismo, entonces es fácil encontrar un algoritmo eficiente que lo resuelva. El ejemplo más claro está nuevamente en el campo de la criptografía y la factorización de claves, pues romper uno de estos códigos es uno de los grandes retos en la seguridad de Internet, y equivale a encontrar los divisores de un número de muchas cifras (lo que, de momento y afortunadamente, requiere años de cálculos en un ordenador). Sin embargo, comprobar si un número divide a otro (es decir, si hemos roto la clave) es absolutamente trivial.

Conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer. Trata sobre cómo es el conjunto de puntos con coordenadas racionales de una curva elíptica. Un ejemplo es la descrita por la ecuación $y^2= x^3- x$, para la que es fácil comprobar que (0,0) y (1,0) son soluciones. Está relacionada con el Último Teorema de Fermat y recientemente se han probado algunos resultados parciales de extrema dificultad.

Existencia de Yang Mills y del salto de masa. Proviene del ámbito de la Física Cuántica y establece, entre otras cosas, que las ecuaciones que describen las interacciones de las fuerzas débil y fuerte a escala atómica tienen una solución y predicen una masa positiva para las partículas elementales. Lo que es evidente desde un punto de vista físico y así lo determinan los experimentos en los grandes aceleradores de partículas.

Después de una década, sólo se ha encontrado la solución a uno de los Problemas del Milenio, la Conjetura de Poincaré (enunciada en 1904), aunque por razones de índole personal quien la resolvió, el matemático ruso G. Perelman, no quiso cobrar el millón de dólares que se le otorgó en 2010. Es curioso que este problema, que se pregunta sobre la posibilidad de caracterizar esferas de dimensiones arbitrarias mediante propiedades topológicas (aquéllas que nos permiten decir que una taza de café se puede deformar hasta convertirla en algo en forma de rosquilla, pero no en una bola de billar), fue demostrado por S. Smale en 1960 si la dimensión era 5 o superior, y en 1981 por M. Freedman en dimensión 4. Así, sólo quedaba por saber qué pasaba en dimensión 3, lo que ha resultado ser un reto de una dificultad insospechada.

F. JAVIER SORIA DE DIEGO