

## **Sujet de thèse (allocation fleché)**

**Sujet :** Gradient horizontal et théorie de Morse

**Directeurs de la recherche :** Krzysztof Kurdyka, Patrice Orro

**Laboratoire d'accueil :** LAMA UMR CNRS 5127. Ecole doctorale MSTII

**Descriptif du sujet :** Dans de nombreuses situations, en mathématiques pures (théorie de Morse-Smale par exemple) et appliquées (optimisation, contrôle, ...), il est important de pouvoir comprendre le flot du gradient, ou plus généralement du pseudo gradient d'un potentiel. Dans les cas considérés jusqu'à présent le potentiel n'avait que des valeurs critiques isolées. Dans la thèse récente de S.T. Dinh, dirigée par P. Orro et K. Kurdyka, une étude inédite a été faite dans une situation issue de la géométrie sous-riemannienne et de la théorie du contrôle ou des phénomènes nouveaux apparaissent. Le gradient horizontal est obtenu par projection d'un gradient riemannien sur une distribution totalement non-intégrable (de codimension un). Les points critiques horizontaux forment alors une courbe lisse (dans le cas générique), et le potentiel est une fonction de Morse sur cette courbe. Ainsi toutes les trajectoires du gradient horizontal admettent une limite lorsqu'elles s'approchent des points critiques horizontaux. Notons que toutes les valeurs du potentiel sont possiblement critiques (pour le gradient horizontal). Cette difficulté majeure a certainement empêché le développement antérieur de cette théorie.

Nous proposons divers prolongement des résultats de la thèse de S. T. Dinh, en particulier :

- une théorie de Morse pour les structures de contact (en liaison avec l'homologie de Morse)
- une étude dans le cas d'une distribution de codimension plus grande que un (particulièrement intéressante pour la théorie du contrôle ou la géométrie sous-riemannienne).
- 

Nous proposons l'étude de cette question dans le contexte de la géométrie algébrique réelle, lorsque tous les données sont polynomiales. Dans ce cadre il sera aussi possible de faire une étude quantitative, et de construire des algorithmes de calculs explicites des objets étudiés.

Ce travail pourra amener à poursuivre en géométrie réelle, théorie du contrôle ou géométrie sous-riemannienne. Le candidat intéressé sera appuyé par l'équipe de géométrie du Lama, avec un séminaire hebdomadaire sur ces thèmes et des groupes de travail réguliers.

*Profil souhaité* MASTER recherche avec mention, et bonne formation en géométrie.

**The knowledge of French is not a requirement**

**Si vous souhaitez candidater contactez avant 25 juin:**

K. Kurdyka (tél : 0479758661 - email : [Krzysztof.Kurdyka@univ-savoie.fr](mailto:Krzysztof.Kurdyka@univ-savoie.fr)) ou  
P. Orro (tél : 0479758734 - email : [Patrice.Orro@univ-savoie.fr](mailto:Patrice.Orro@univ-savoie.fr)).