

Prólogo a la conferencia *Sobre el concepto de regularidad en la teoría del control óptimo* impartida por PEDRO LUIS GARCÍA PÉREZ el 3 de abril de 2014 en el [Simposio en Memoria de Juan B. Sancho Guimerá](#)

Conocí a Sancho en 1957 como profesor de Análisis Matemático 3º de la Sección de Físicas de la Universidad de Madrid, donde por entonces cursaba yo mis estudios de licenciatura. Se había doctorado dos años antes en esta Universidad bajo la dirección del Profesor Abellanas con una brillante tesis doctoral en geometría algebraica, doctrina esta que fue siempre su principal especialidad desde que terminó en 1950 su licenciatura de matemáticas en la Universidad de Zaragoza. La circunstancia de que tanto él como su fiel amigo y compañero, José Javier Etayo, impartieran sus clases en la Sección de Físicas (Etayo en geometría y Sancho en ecuaciones diferenciales) fue el principal motivo por el que ambos organizaran entre 1958 y 1960 en el Instituto «Jorge Juan» de Matemáticas del C.S.I.C. unos seminarios sobre «geometría diferencial moderna y sus aplicaciones a la física», de los que surgieron poco más tarde los grupos de investigación en este tema en torno a ellos en sus respectivos destinos posteriores. En estos seminarios participamos muy activamente mi amigo Antonio Pérez Rendón y yo, donde tuvimos la magnífica oportunidad de aprender la geometría diferencial y la mecánica simpléctica modernas justo en los años en que estas disciplinas se estaban formulando internacionalmente en el nuevo lenguaje. La bella monografía de Nomizu sobre «geometría diferencial y grupos de Lie» de 1955 fue nuestro principal libro de cabecera en esos años. De entonces son también unos primeros intentos nuestros para formular simplécticamente la cuantificación de los sistemas con un número finito de grados de libertad —faltaban todavía casi diez años para que este problema fuese definitivamente resuelto mediante la famosa cuantificación geométrica de Kostant y Souriau—.

De 1960 a 1963, Sancho, Pérez Rendón y yo ejercimos la docencia en Venezuela como profesores de matemáticas en la Facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad de Carabobo. En esta nueva etapa, Sancho dedicó parte de su tiempo a preparar las oposiciones a una cátedra de «geometría diferencial» de la Universidad de Zaragoza y a otra de «geometría proyectiva y descriptiva» de la Universidad de Barcelona. En esos años se escribieron las primeras notas sobre los «proble-

mas de clasificación en «álgebra lineal y geometría proyectiva» y sobre «geometría diferencial moderna» que se impartieron años después en las licenciaturas de Matemáticas y de Físicas de las Universidades de Barcelona y Salamanca. Del lado físico, nuestro aprendizaje se centró en la teoría cuántica de campos, para lo que usamos como principal referencia el magnífico libro sobre este tema de Bogoliubov y Chirkov de 1960. De esta etapa son también dos trabajos que nos dirigió Sancho: uno mío (en colaboración con Luis Cid) sobre «dinámica y formas diferenciales» y otro de Pérez Rendón de título «estructura cuántica de la mecánica clásica», que los presentamos en la Universidad de Madrid como tesinas de Licenciatura.

En 1963 Sancho obtuvo la cátedra de «geometría proyectiva y descriptiva» de la Universidad de Barcelona, centro al que nos trasladamos Pérez Rendón y yo como profesores ayudantes. En esta tercera etapa, Sancho enseñó por primera vez a alumnos de matemática pura, algunos de los cuales fascinados con sus cursos se doctoraron poco más tarde con él. Su interés por la física siguió como en los años anteriores, impartiendo en esta ocasión diversos cursos de doctorado sobre temas centrales de la época (clasificación de partículas elementales, C^* -álgebras en mecánica cuántica, fundamentos matemáticos de la física estadística, ...) y, sobre todo, poniendo en marcha un atractivo programa de investigación sobre la «formulación simpléctica de la teoría clásica de campos y su cuantificación», cuyos principales destinatarios fueron Pérez Rendón y yo. La idea originaria de este programa era muy sugestiva:

La formulación lagrangiana de un campo clásico debería ser ya hamiltoniana al entenderse como la «variedad simpléctica de las soluciones de sus ecuaciones de campo», y ésta a su vez debería poder expresarse de un modo cuántico eligiendo ¡la norma adecuada! sobre el «álgebra de Poisson de los observables clásicos».

El tema era de mucha actualidad en esos años tras la publicación por I. Segal de una serie de inspirados trabajos sobre la cuantificación de la variedad de soluciones de la ecuación de Klein-Gordon no lineal dotada de la métrica simpléctica definida por el propagador asociado a dicha ecuación.

La parte clásica de este programa conseguimos desarrollarla en pocos años, concretándose en mi tesis doctoral de título «geometría simpléctica en la teoría clásica de campos» que defendí en 1967 en la Universidad de Barcelona y en la de Pérez Rendón sobre la «geome-

tría de las interacciones mínimas en las teorías de gauge», que presentó en la Universidad de Salamanca unos años después.

Los resultados principales de esta investigación los publicamos en 1968 y 1971 en las revistas *Communications in Mathematical Physics* y *Archiv for Rational Mechanics and Analysis*, lo cual permitió difundir la parte clásica del programa de Sancho en el ámbito internacional. De hecho, a estas dos publicaciones se debe la invitación que se nos hizo a Pérez Rendón y a mí para pronunciar sendas conferencias plenarias en el primer Coloquio Internacional sobre «Geometría Simpléctica y Física Matemática», celebrado en Roma en 1973 y su publicación un año después en la revista *Symposia Mathematica*. Allí tuvimos la oportunidad de conocer a algunas de las primeras figuras internacionales que investigaban en este tema (I. Segal, J. M. Souriau, B. Kostant, J. E. Marsden, A. Weinstein, ...), con las cuales mantuvimos desde entonces una fructífera relación científica desde la Universidad de Salamanca, centro al que nos habíamos trasladado en 1971 como etapa final de nuestro particular periplo universitario.

Recordando esos quince años de quehacer ilusionado en estrecha relación con Sancho, me ha parecido oportuno hablar en este Simposio dedicado a su memoria sobre el concepto de regularidad en el cálculo de variaciones que, como es sabido, es la condición para que una teoría Lagrangiana pueda expresarse de un modo hamiltoniano. Tratado este tema por Sancho y sus colaboradores de un modo muy original, deseo ilustrar aquí la vigencia de ese especial enfoque con la «teoría del control óptimo», un área importante de la mecánica geométrica que recientemente ha adquirido un renovado interés, especialmente en su aspecto discreto, dirigido a la obtención de integradores variacionales con buenas propiedades geométricas y físicas.