

Hacia una nueva educación en matemáticas e informática en la Educación Secundaria

Real Sociedad Matemática Española (RSME) y

Sociedad Científica Informática de España (SCIE)

1 Preámbulo	2
2 Filosofía de la necesidad de una reestructuración	3
2.1 Necesidades sociales actuales	3
2.2 Carencias curriculares actuales de matemáticas	4
2.3 Carencias curriculares actuales de informática	5
2.4 Otras carencias	8
3 Necesidades y elementos comunes	10
4 Didáctica: recursos, métodos	12
5 La experiencia internacional	14
6 Formación del profesorado	15
6.1 Formación inicial del profesorado	15
6.2 La formación continua del profesorado de informática y matemáticas	17
7 Recomendaciones	18
8 Referencias	19
9 Redactores del documento	23

1 Preámbulo

Vivimos tiempos de profundos cambios. La crisis que atravesamos ha puesto de manifiesto que tenemos importantes carencias en algunos aspectos básicos. La educación es uno de ellos.

Por otra parte, ya se venía acercando una amenaza en los puestos de trabajo debido a la coincidencia de una posibilidad de automatización junto con un fenómeno de globalización.

La respuesta racional a esta situación incluye la redefinición de la educación en la pedagogía, en los contenidos y en el foco, que debería ser la creatividad, la comunicación, el pensamiento crítico y la ética.

Tanto desde las matemáticas como desde la informática ha habido una inquietud por una renovación de la educación en nuestros ámbitos. Por ejemplo, el presidente de la RSME, Francisco Marcellán (en su comparecencia en la Comisión del Congreso de los Diputados creada para informar en relación con la elaboración de un gran Pacto de Estado Social y Político por la Educación, el 22 de mayo de 2017) manifestó que el aprendizaje de las matemáticas tiene como ingredientes esenciales el razonamiento y la resolución de problemas, añadiendo que las matemáticas escolares no pueden limitarse a procedimientos y rutinas, porque sustituir el razonamiento por la aplicación mecánica de algoritmos va en contra de la esencia de las matemáticas.

Por su parte, la comunidad informática ha publicado un estudio sobre la necesidad de incorporar la informática (con unos contenidos concretos muy detallados) en la educación desde primaria (Velázquez, 2018). Esta propuesta está alineada con la de *Informatics for All* de *Informatics Europe* (Carpensen et al., 2018).

Hoy la informática se ve como una disciplina que se encuentra en el cruce entre las matemáticas, la ingeniería y la ciencia experimental. Las matemáticas le permiten tener una sólida base teórica, incluyendo un conocimiento de sus logros y de sus limitaciones. La ingeniería le permite desarrollar “artefactos” de forma metódica y viable. La ciencia experimental le permite hacer predicciones y realizar experimentos controlados de fenómenos virtuales.

Aunque la informática va más allá de la programación, ésta constituye una parte esencial donde se utilizan lenguajes formales que permiten representar procedimientos abstractos. Esta capacidad de comunicación de la informática se comparte con las matemáticas y con las lenguas naturales. Efectivamente, comunicar los razonamientos y los resultados supone cerrar el ciclo del proceso de modelado matemático y búsqueda e implementación de una solución.

En este documento expresamos una reflexión conjunta de la Real Sociedad Matemática Española (RSME) y la de la Sociedad Científica Informática de España (SCIE) para mostrar caminos de salida y mejora de la educación en nuestros ámbitos. Nos centramos en la Educación Secundaria, por fijar un marco de referencia entre la Educación Primaria y la Universitaria que cubre una etapa clave en la educación de toda la población.

No se trata en este documento de elaborar un listado detallado de los contenidos y competencias que se han de abordar en cada curso. Eso debería ser el fruto de un debate sereno al que queremos contribuir.

2 Filosofía de la necesidad de una reestructuración

2.1 Necesidades sociales actuales

El mundo que tenemos por delante es un mundo digital. En 2018 la consultora Mckinsey publicó un informe sobre los cambios en las competencias que se preveían en los trabajos en los años siguientes (Mckinsey, 2018). Destacan los trabajos relacionados con el tratamiento de datos que explícitamente recogen que necesitarán una buena base matemática e informática.

La crisis de la COVID-19 ha puesto de manifiesto las importantes carencias de la sociedad española en estos campos. El teletrabajo se mostró como una tarea casi imposible en muchos casos por la escasa competencia en el manejo de las herramientas informáticas de los trabajadores que debían usarlas. Las empresas tampoco tenían en marcha los mecanismos para facilitar este tipo de trabajo, que no se habían necesitado hasta entonces. Pero resulta llamativo que resultase tan compleja o imposible la puesta en marcha de las herramientas tecnológicas y la formación de los trabajadores. Se observa una carencia de destrezas digitales básicas.

En la educación, la situación no fue distinta al resto de los sectores. Pero además, se produjeron algunos desajustes añadidos. El alumnado (y en algunos casos el profesorado) no tenían las habilidades informáticas necesarias. También se puso de manifiesto lo que se llamó la brecha digital, que no es más que un aspecto llamativo de la brecha social de una sociedad con desigualdades importantes.

Todo lo anterior pone de manifiesto que se necesita una reelaboración de los contenidos de la educación en los campos que nos ocupan. Para, de esta forma, tener una sociedad capaz de hacer frente a los retos que se nos presentan en el siglo XXI.

La digitalización de la población incluye la capacidad de utilizar con destreza las herramientas informáticas. Pero también debe incluir la comprensión de los fundamentos del mundo digital y sus elementos, como los sistemas operativos, las redes de computadores, etc. Y, de manera

destacada, la digitalización supone el conocimiento del ciclo de resolución de problemas y la implementación en un entorno computacional.

En las siguientes secciones se repasan las principales carencias de las matemáticas, de la informática y de su falta de integración en el sistema educativo actual.

2.2 Carencias curriculares actuales de matemáticas

Los currículos actuales españoles para las etapas de Educación Primaria y Secundaria Obligatoria y postobligatoria son, en general, muy extensos: están sobrecargados de contenidos (CEMat, 2020). Esto provoca que no se disponga del tiempo necesario para que el alumnado desarrolle en profundidad los conocimientos básicos. Y, en muchas ocasiones, la presión por completar el programa favorece que se ponga más énfasis en los procedimientos de cálculo que en el razonamiento y la creatividad. Esta presión curricular se pone especialmente de manifiesto en el caso del Bachillerato, donde la presencia de una prueba externa basada en el currículo, pero centrada principalmente en los procedimientos, genera un efecto muy notable tanto en el currículo realmente impartido, como en la autolimitación del profesorado (Rodríguez-Muñiz et al., 2016), que posterga lo que difiera de lo habitualmente preguntado en la evaluación para el acceso a la universidad (EBAU o EvAU, según distintas denominaciones). Además, estos conceptos y procedimientos de cálculo se presentan de modo aislado, sin integrarlos en la realidad ni explicar sus aplicaciones. El aprendizaje de las matemáticas se reduce, así, a la memorización y aplicación de recetas.

A la sobrecarga de contenidos, se añade que en las diferentes reformas del currículo se ha reincidido en una organización marcadamente disciplinar, atomizada y cíclica, que ha tenido como consecuencia la repetición de contenidos aislados.

La disposición en espiral de los contenidos provoca que cada año se vuelva sobre los del curso anterior, quizás con mayor profundidad, pero tiene el riesgo de que haya contenidos que se repitan igual que en el año anterior, sin más profundización. Esto genera rechazo tanto en el alumnado que domina estos contenidos (que se ve obligado a repetir de nuevo, sin avanzar) como en el que no lo domina (que se tiene que enfrentar de nuevo a ellos más o menos con el mismo enfoque). Sin embargo, esta organización en espiral podría favorecer la atención a la diversidad, ya que el mismo contenido puede ser tratado por el conjunto de la clase, pero con distintos niveles de profundización, según las capacidades de cada persona (García Armendáriz et al., 1993).

La atomización de las matemáticas ha redundado en la sobrerrepresentación de ejercicios repetitivos, en lugar de problemas contextualizados que necesiten de la búsqueda de estrategias de resolución. La resolución de problemas, aunque ha ido adquiriendo más protagonismo los últimos años, se circunscribe al ámbito matemático sin la aplicación de estrategias de otros ámbitos de conocimiento (ciencias, tecnología, informática, ingeniería, etc.).

Es necesaria una reflexión profunda sobre el papel de los algoritmos tradicionales en la educación matemática escolar en la actualidad. En el currículo de Educación Primaria se menciona la automatización de los algoritmos tradicionales, sin una clara referencia a por qué se usan, cuál ha sido su evolución histórica o qué los diferencia o los hace mejores que otros posibles algoritmos (Barba & Calvo, 2011; Bracho-López, 2013). Una aproximación fenomenológica de los mismos favorecería que el alumnado comprendiese la utilidad de los algoritmos para la resolución de problemas, pudiendo posteriormente aplicarlas en el contexto de programación.

Por otro lado, es necesario poner al día bastantes aspectos de los currículos actuales, y nos referimos tanto al currículo oficial (el pretendido), como al currículo real (el impartido), sobre el que ejerce una gran influencia el currículo implementado en los libros de texto.

El currículo oficial ha cambiado considerablemente en el enfoque competencial, sin embargo, sigue lastrado por una gran densidad de contenidos que provoca que las competencias vinculadas al bloque de procesos, métodos y actitudes en matemáticas queden relegadas a un segundo plano. El propio término *competencia* es a menudo interpretado de diferentes maneras. Por ello es preciso indicar que cuando en este documento utilizamos el concepto de *competencia* nos referiremos a la suma de conocimiento (bases conceptuales), habilidades (aplicación en la resolución de problemas) y actitudes (como pensamiento crítico, ética o comunicación). En el caso concreto de la competencia matemática, la definición de la OCDE, sintetizada a partir de otras preexistentes, goza de gran aceptación (OCDE, 2017).

La RSME ha defendido la necesidad de revisar el currículo oficial también en cuanto al tratamiento de la estadística y la probabilidad, adaptándolo a las directrices de proyectos internacionales como el GAISE (2016). Nadie olvida el papel que el manejo de grandes volúmenes de datos y la incertidumbre juega en la formación de la ciudadanía, como recientemente hemos tenido la triste ocasión de comprobar con la crisis provocada por la pandemia de la COVID-19.

Es imprescindible que se aborden en la matemática escolar los objetivos ya incluidos en el currículo, pero ausentes en los libros de texto, relativos a la aplicación de conocimientos matemáticos esenciales para la toma de decisiones, con o sin incertidumbre, la emisión de juicios basados en la evidencia y los datos y la valoración de riesgos en un mundo globalizado.

Los libros de texto reproducen patrones propios de currículos anteriores al actual, dando mucho peso a la práctica meramente reproductiva, ligada a la aritmética y el cálculo, y perpetuando procesos algorítmicos que llevan más de 20 años fuera del currículo oficial, como ocurre con el caso paradigmático del algoritmo manual de la raíz cuadrada en sexto de Primaria.

Por último, en la implementación real del currículo se abusa de una notación poco adecuada para edades tempranas que dificulta la comprensión y el uso de las matemáticas, sin que haya evidencia de que este nivel de formalización pueda facilitar, en un futuro, el aprendizaje de lenguajes de programación.

2.3 Carencias curriculares actuales de informática

Actualmente, en la educación preuniversitaria no se está usando el término “informática” para designar a esta disciplina. No deja de ser una situación curiosa porque es el término usado por los profesionales, investigadores y docentes universitarios de la disciplina. Esta situación provoca imprecisión y la falta de una referencia clara de qué debe enseñarse en los niveles preuniversitarios.

Podemos distinguir dos tipos de educación relacionada con la informática. En primer lugar, encontramos la competencia digital. Utilizando un símil, sería lo mismo que aprender a conducir un vehículo, para lo cual no es necesario tener ningún conocimiento apenas de mecánica ni de electrónica. Actualmente, el marco legal español reconoce la competencia digital como una competencia clave. Asimismo, se han realizado trabajos de definición de la competencia digital en la UE, dando lugar a los marcos DIGCOMP (Carretero et al., 2017) y DigCompEdu (Rederek, 2017). En España, el INTEF ha adaptado el marco DIGCOMP (INTEF, 2017). Sin embargo, al ser una competencia que no está integrada en ninguna asignatura de carácter obligatorio, el sistema educativo español no garantiza la consecución de esta competencia por los alumnos.

Aparte de “recomendaciones” de que la tecnología informática se use en otras materias, existen algunas asignaturas de carácter no obligatorio que tienen contenidos de competencia digital. Por un lado, se encuentra la materia de Tecnología en el primer ciclo de la ESO. Sin embargo, su contenido está más orientado a tecnologías propias de ingenierías tradicionales, siendo escaso el contenido de competencia digital. Por otro lado, se encuentra la materia de Tecnologías de la Información y la Comunicación en 4º de la ESO y Bachillerato, cuyo contenido es casi exclusivamente de competencia digital. Sin embargo, sus contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables no coinciden con las recomendaciones de los marcos DIGCOMP y DigCompEdu.

Un segundo tipo de educación en informática tendría como objeto de estudio la propia disciplina de la informática, con sus hechos, conceptos y métodos propios. Volviendo al símil de un vehículo, en este caso se estudiarían los fundamentos de la física e ingeniería que permiten comprender cómo funcionan los vehículos. El conocimiento adquirido no tiene una aplicación directa a corto plazo, pero es más profundo y más duradero en el tiempo.

La informática es una disciplina reciente, a la cual le ha costado varias décadas de experiencia autoconocerse y autodefinirse. Sin embargo, desde los años 80 existe un consenso sobre aspectos clave (Denning et al., 1989). Primero, es una disciplina que se encuentra en el cruce entre las matemáticas, la ingeniería y la ciencia experimental. Las matemáticas le permiten tener una sólida base teórica, incluyendo un conocimiento de sus logros y de sus limitaciones. La ingeniería le permite desarrollar “artefactos” de forma metódica y viable, generalmente programas de ordenador. La ciencia experimental le permite hacer predicciones y realizar experimentos controlados de fenómenos virtuales.

Asimismo, se ha identificado la programación como una parte esencial de la informática. Sin embargo, hay que evitar el riesgo de identificar informática con programación. La informática se

descompone en un conjunto de campos sin cuyo conocimiento, la comprensión de la informática es parcial. Algunos de estos campos son la arquitectura de computadores, los sistemas operativos, las redes de computadores, la algoritmia, las bases de datos, la inteligencia artificial, la ingeniería del software, la interacción persona-ordenador, etc.

La materia de Tecnologías de la Información y la Comunicación incluye contenidos de programación y, en mucha menor medida, de algoritmia, arquitectura de computadores, sistemas operativos y redes de computadores. Sin embargo, los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables no se encuentran bien organizados. Además, se prima la actividad artesanal y de prueba y error, en lugar de presentar los contenidos de forma ordenada, incluyendo instrumentos matemáticos e ingenieriles.

Con frecuencia se encuentran iniciativas voluntariosas de introducir la programación en la educación de forma transversal. Sin embargo, su falta de integración en ninguna materia de carácter obligatorio hace que sean iniciativas efímeras. El uso de terminología imprecisa o con connotaciones distintas a la existente en la comunidad informática hace que la situación sea aún más confusa y propensa a manipulaciones e intereses ajenos a la educación.

La situación presentada no es exclusiva de España. Muchos países desarrollados han adquirido conciencia en la última década de la importancia de una buena educación obligatoria en informática. La adaptación de los distintos países a esta nueva necesidad educativa es variada y está disponible en diversos informes (CECE, 2017). Cabe destacar las recomendaciones a nivel europeo de *Informatics Europe* (Gander, 2013), organización sin ánimo de lucro que agrupa a las universidades y sociedades científicas europeas. Presentamos las cuatro recomendaciones que hace la propia *Informatics Europe*:

1. Todos los alumnos deberían beneficiarse de una educación en competencia digital, comenzando a una edad temprana y dominando los conceptos básicos a los 12 años. La educación en competencia digital debería poner énfasis no solo en habilidades sino también en principios y prácticas para su uso eficaz y ético.
2. Todos los alumnos deberían beneficiarse de una educación en informática como una materia científica independiente, estudiada tanto por su valor intrínseco intelectual y educativo como por sus aplicaciones a otras disciplinas.
3. Debería iniciarse urgentemente un programa de formación del profesorado a gran escala. Para arrancar a corto plazo, deberán desarrollarse soluciones creativas que involucren conjuntamente a maestros y a expertos de la universidad y la industria.
4. La definición del currículo en informática debería basarse en el considerable trabajo realizado sobre el tema y en las recomendaciones específicas del presente informe.

Siguiendo la misma tendencia europea, la Sociedad Científica Informática de España (SCIE) creó un grupo de trabajo en el curso académico 2017-18, junto con la Conferencia de Directores y Decanos de Ingeniería Informática (CODDII). El grupo de trabajo elaboró unas recomendaciones precisas, completas y flexibles sobre la enseñanza de la informática en España (Velázquez, 2018). El informe incluía recomendaciones para crear la materia Informática, de carácter obligatorio, que englobaría tanto la competencia digital como la

informática. Los contenidos de competencia digital deberían estar coordinados con los marcos existentes de competencia digital y los de informática, con la definición y recomendaciones educativas sobre informática elaboradas por las sociedades científicas internacionales.

2.4 Otras carencias

El actual currículo de matemáticas incorpora la tecnología. Dentro de los objetivos generales de la ESO fijados en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (MECD, 2014), se incluye explícitamente el siguiente:

“e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.”

Asimismo, en la introducción al currículo de matemáticas en 1º y 2º de ESO, se señala que:

“Las matemáticas contribuyen de manera especial al desarrollo del pensamiento y razonamiento, en particular, el pensamiento lógico-deductivo y algorítmico.”

También al presentar las matemáticas de 3º y 4º de la ESO se hace una referencia a la relación de la asignatura con la competencia digital:

“En este proceso de resolución e investigación están involucradas muchas otras competencias, además de la matemática, entre otras [...] la competencia digital, al tratar de forma adecuada la información y, en su caso, servir de apoyo a la resolución del problema y comprobación de la solución.”

Por último, en las matemáticas del Bachillerato, se señala que:

“El uso de herramientas tecnológicas tendrá un papel esencial en el currículo de la materia, tanto para la mejor comprensión de conceptos o en la resolución de problemas complejos, como para contrastar con mayor rigor las hipótesis propuestas y presentar y comunicar los resultados obtenidos. Además, estas herramientas contribuyen a la preparación para el aprendizaje a lo largo de la vida y apoyan el trabajo fuera del aula.”

Estos principios generales se plasman en el desarrollo del currículo del Bloque 1 (Procesos, métodos y actitudes en matemáticas). En los criterios de evaluación de este bloque se mencionan las herramientas tecnológicas, adecuadamente empleadas para representar, resolver y comunicar situaciones matemáticas y aplicar las matemáticas a problemas de la vida cotidiana.

La presencia de directrices generales en el currículo oficial es, sin duda, un punto de partida importante. Sin embargo, asumir que el currículo real está implementando fielmente el currículo oficial, es una asunción demasiado optimista. Son numerosos los estudios acerca del reflejo del currículo real en los libros de texto que muestran que la gran mayoría de los libros sigue incorporando la tecnología de modo anecdótico y muy ligada a la calculadora (con apartados como “hazlo con la calculadora”). Por otro lado, los trabajos sobre formación continua del profesorado y los estudios de práctica docente en el aula evidencian situaciones muy desiguales: desde profesorado muy tecnologizado que incorpora geometría dinámica, hojas de cálculo, software de representación gráfica y hasta lenguajes de programación en su docencia de matemática, hasta profesorado que prohíbe el uso de la calculadora en ESO. Además, se

constata que la vocación transversal del Bloque 1, no ligado a contenidos concretos, lleva a que, en muchos casos, se desdibuje por completo ante los bloques de contenidos (funciones, geometría, álgebra, estadística, etc.) y acabe por no ser tenido en consideración en la evaluación, quedando reducido a un bloque de recomendaciones.

¿Qué genera esta situación? Por un lado, un aprendizaje de las matemáticas muy dependiente de la computación manual (no nos referimos solo a la aritmética, sino a la funcional, la algebraica o la estadística). Por otro lado, una falta de sistematización curricular, que provoca que el alumnado se pueda encontrar en un curso un profesorado que incorpora la tecnología a sus clases de matemáticas y, el curso siguiente, una clase de matemáticas con un enfoque anti-tecnológico.

Además, la segregación de contenidos entre matemáticas y tecnología provoca que parte del profesorado de ambas especialidades se sienta inseguro respecto a la integración de matemáticas e informática, por temor a que se exceda de su competencia o a que invada el ámbito de otra especialidad.

Esta falta de conexión impide que se saque partido a la simbiosis entre matemáticas e informática. Así, se utilizan métodos matemáticos con un excesivo peso de lo manual y sin ponerlos en relación con otros métodos que podrían contribuir a una mejor comprensión de las ideas básicas de la programación. Un ejemplo es el algoritmo manual de la raíz cuadrada, ausente en el currículo, pero presente en muchos libros de texto, lo que conlleva que siga siendo utilizado en los primeros cursos de la ESO. Una aproximación con una calculadora sencilla (ni siquiera científica) y explicando el algoritmo de bisección, llevaría a una mejor comprensión del concepto de raíz cuadrada, de su cálculo mediante un método basado en la aproximación, del esquema general de un algoritmo, de sus procesos iterativos, de la condición de parada, etc., además de utilizar un método relevante en el ámbito de las matemáticas. Como este ejemplo, podríamos proporcionar muchos más, como los basados en la determinación de máximos, mínimos y otros puntos singulares en funciones reales de variable real, el tratamiento de la aritmética compleja, el cálculo matricial (especialmente el vinculado a la inversión de matrices y su aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales), por no hablar de la determinación de parámetros en distribuciones estadísticas o el cálculo de probabilidades vinculado a distribuciones normales (para lo que el currículo menciona, aún en 2020, la tabla de valores).

Por otro lado, el currículo de ESO y Bachillerato incluye algunos contenidos de informática dentro de las materias Tecnología (primer ciclo de ESO) y Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (segundo ciclo de ESO y Bachillerato).

El tratamiento dado a la informática en la materia Tecnología es incompleto ya que el Bloque 5 (Tecnologías de Información y Comunicación) es el único que no se comenta en la introducción al currículo. Un análisis de sus contenidos permite comprobar que se limitan a un aprendizaje superficial de la informática, reduciéndola a la memorización de conceptos o al mero desarrollo de la competencia digital.

Al presentar la materia Tecnologías de Información y Comunicación para 4º de la ESO, se observa que se limita a la competencia digital:

“En 4º de ESO se debe proveer al alumno con las habilidades necesarias para adaptarse a los cambios propios de las TIC, a fin de que el alumno adquiera la soltura necesaria con los medios informáticos actuales para incorporarse con plenas competencias a la vida activa o para continuar estudios.”

Por último, en la misma materia del Bachillerato, se señala que:

“En Bachillerato, la materia debe proponer la consolidación de una serie de aspectos tecnológicos indispensables tanto para la incorporación a la vida profesional como para proseguir estudios superiores”

Dado que no se comentan ni los cinco bloques de 1º de Bachillerato ni los tres bloques de 2º, el análisis de sus contenidos permite comprobar que, de nuevo, se limitan al aprendizaje superficial de la informática señalado anteriormente.

Los bloques 5 de 1º de Bachillerato y 1 de 2º de Bachillerato (Programación) son una excepción, aunque limitados a una parte de la informática. Acertadamente se incluyen algunos contenidos que permiten conocer conceptos y métodos de programación y de una algoritmia muy básica. Sin embargo, el tratamiento dado a la programación en los criterios de evaluación y en los estándares de aprendizaje evaluables es informal (por ejemplo, se proponen actividades de depuración, sin aclarar los criterios o los métodos para realizarlas).

3 Necesidades y elementos comunes

Sería deseable un tratamiento de la informática más fundamentado y relacionado con las matemáticas. Por ejemplo, el siguiente estándar de aprendizaje evaluable debería abordarse de forma coordinada con la materia de Matemáticas de la ESO (MECD, 2014):

“Desarrolla algoritmos que permitan resolver problemas aritméticos sencillos (...)”

Además, debería aprovecharse la ocasión para explicar los conceptos fundamentales de la algoritmia y algunas propiedades y métodos asociados.

Otro ejemplo es el siguiente estándar de aprendizaje evaluable:

“Obtiene el resultado de seguir un programa escrito en un código determinado, partiendo de determinadas condiciones.”

Una buena coordinación con una lógica matemática permitiría aplicar los conocimientos de lógica proposicional, y mostrar que la metodología de la programación no es una actividad de ensayo y error, sino que puede fundamentarse matemáticamente.

Resumiendo, se pueden distinguir al menos tres aspectos en los que podría mejorarse el currículo en relación con las matemáticas y la informática conjuntamente.

-
- En primer lugar, convendría realizar una actualización de los contenidos de matemáticas y sus criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables correspondientes. Por ejemplo, la introducción del concepto de algoritmo permitiría presentar diversos contenidos desde una perspectiva unificadora y aplicada. También debería abrirse una reflexión sobre la vigencia de algunos contenidos incluidos actualmente y sobre la inclusión de otros contenidos. En concreto, las matemáticas discretas han experimentado un auge que hace conveniente analizar su inclusión o su reorientación: relaciones y funciones, sucesiones, combinatoria, teoría de grafos, lógica proposicional, etc. A este respecto el currículo francés ya ha incorporado teoría de grafos en los últimos cursos de Secundaria.
 - En segundo lugar, es necesaria una revisión de la competencia digital en todo el currículo, no sólo en matemáticas. Aparte de las situaciones dispares que se están produciendo, conviene recordar que es una competencia clave, y su desarrollo repercutirá en la mejor preparación de los alumnos para su desarrollo profesional futuro. Asimismo, el desarrollo tecnológico actual de la informática abre un amplio abanico de posibilidades didácticas, algunas generalistas, como las aulas virtuales, otras específicas de cada materia, como las señaladas anteriormente para matemáticas. En todo caso, debería planificarse el nivel de competencia del alumnado y del profesorado en los distintos niveles educativos y tomar las medidas de equipamiento, formación y desarrollo curricular necesarias para garantizarlo.
 - En tercer lugar, los contenidos de informática no deben limitarse a la competencia digital, con frecuencia efímera. La propia competencia digital debe adquirirse mediante un aprendizaje que incluya conceptos y métodos generales, y que no se limite al manejo de productos tecnológicos que desaparecerán en pocos años. Sin embargo, también deben desarrollarse los contenidos de la informática como disciplina diferenciada que reúne elementos propios tanto de la matemática como de la ingeniería y de las ciencias experimentales. Por tanto, su aprendizaje debe recoger elementos de esta triple influencia: fundamentos teóricos basados en conceptos y métodos, técnicas, metodologías y tecnología adecuadas en cada caso y experimentación en escenarios cercanos a la realidad. Asimismo, la informática no es solamente programación, aunque la programación juegue un papel central en la informática. Hay otras áreas cuyo conocimiento es necesario para una buena formación en la disciplina de la informática. Debería analizarse qué materias deben incluirse en el currículo para tener unas buenas bases en la comprensión de la informática y cuáles son más adecuadas para estudios especializados. Sin prejuzgar su inclusión, algunas áreas informáticas distintas de la programación son: arquitectura de computadores, bases de datos, redes informáticas, ingeniería del software, teoría de lenguajes, algoritmia, inteligencia artificial o seguridad informática.

4 Didáctica: recursos, métodos

La didáctica es, junto con algunos aspectos de formación del profesorado, el factor donde más difiere la situación de las dos disciplinas. Mientras que las matemáticas existen como disciplina desde hace milenios y han sido objeto de estudio en distintos niveles educativos, la informática apareció en la segunda mitad del siglo XX y su estudio se ha limitado, hasta hace poco, a la universidad. Esta diferencia se refleja en necesidades didácticas distintas y, obviamente en un desarrollo muy desigual de la didáctica de cada materia como disciplina científica.

La implementación de las matemáticas en el aula se ha centrado tradicionalmente en una organización atomizada y lineal, orientada a contenidos y no a competencias. Los métodos didácticos deben centrarse en resolver problemas, pero no en una solución calculista (dado un enunciado, realizar los cálculos o desarrollar el algoritmo que lo resuelva), sino en plantear un problema que promueva que el alumnado ponga en práctica sus competencias en la materia para resolverlo. Desde este punto de vista, un enfoque que se base en el planteamiento de problemas, proyectos o retos, puede resultar adecuado (RSME, 2020).

La investigación en didáctica de las Matemáticas nos ha demostrado que el aprendizaje más eficaz se produce cuando se trabaja en la resolución de problemas y la modelización en situaciones contextualizadas (Jablonka, 2007). Sin embargo, una parte importante del profesorado ha seguido utilizando metodologías que promueven el uso de algoritmos sin su comprensión y la aplicación mecánica de fórmulas y reglas. Los currículos no ayudan a que esta situación cambie (MECD, 2014), ya que, si bien se han incorporado nuevas terminologías (estándares de aprendizaje, criterios de evaluación, competencias, etc.) para especificar lo que el alumnado debe aprender, continúan primando los "contenidos" como guía de saberes monolíticos que desarrollar en las aulas (RSME, 2020). En este sentido experiencias como el proyecto danés KOM (Niss, 2003) muestran que los cambios en el currículo, para ser efectivos, deben considerarlo como un vector multidimensional, donde los contenidos son una dimensión de igual importancia que la evaluación, los recursos de apoyo o la formación de profesorado.

Los métodos docentes deben enfatizar la reflexión y la contextualización de lo que se aprende en su uso. No se trata de reproducir problemas similares a los ya aprendidos, con un aprendizaje superficial por repetición y aplicación de recetas, sino de un aprendizaje profundo que lleve a entender el problema y a aplicar técnicas aprendidas que nos lleven a una solución (Liljedahl, 2016). La creatividad, la comunicación y el pensamiento crítico, son habilidades transversales que deberían estar presentes en la programación de la actividad docente. Desarrollar la creatividad en el aula requiere tiempo, porque, parafraseando a Pólya, supone que se hagan las matemáticas como las hacen los matemáticos (Sriraman, 2004).

El interés por la didáctica de la informática (Fincher & Robins, 2019) se remonta a 50 años atrás, pero la primera revista dedicada a la investigación en enseñanza de la informática (Computer Science Education) no surgió hasta 1988. Además, su ámbito de estudio se ha limitado a la educación universitaria hasta el cambio de siglo.

La materia que ha sido objeto de mayor atención es la introducción a la programación, tanto por su papel central en el aprendizaje de la informática como por su dificultad. Esta dificultad se debe a varios factores. Primero, es una materia de carácter abstracto y de la que los alumnos no tienen conocimientos previos. Segundo, los alumnos deben desarrollar en una sola

asignatura numerosas competencias, que pueden resumirse en el aprendizaje de un lenguaje de programación y en el desarrollo de habilidades de resolución algorítmica de problemas (Robins et al., 2003). Tercero, el aprendizaje de un lenguaje de programación no sólo requiere el aprendizaje de su definición estática, sino el de su comportamiento dinámico (su “máquina nocial” (Sorva, 2013)), que no es visible al leer el código de los programas. Por último y sorprendentemente, la asignatura exige a los alumnos que alcancen un nivel cognitivo superior al que se exige en asignaturas de cursos posteriores (Oliver et al., 2004).

En estas décadas se han logrado numerosos avances en la didáctica de la programación, como la identificación de las principales malas concepciones (misconceptions) desarrolladas por los alumnos (Clancy, 2004) y el desarrollo de diversos métodos didácticos (p.ej. la programación por pares (Hanks et al., 2011)) y aplicaciones informáticas educativas (p.ej. correctores automáticos de programas (Wasik et al., 2018)). Un aspecto importante de los métodos didácticos evaluados con éxito es la combinación de métodos activos de aprendizaje (Prince, 2004) con proporcionar apoyo y realimentación a los alumnos, descartando la mera memorización o la ausencia de guía a los alumnos en la resolución de problemas (Mayer, 2004). Asimismo, un aspecto clave para el uso de la tecnología educativa es su integración con la didáctica (p.ej., véase (Hundhausen et al., 2002)).

No obstante, la enseñanza de la informática en niveles preuniversitarios aún presenta retos mayores porque existe menos experiencia y menos investigación. Un problema grave es que no existen unos contenidos claramente definidos en términos de conceptos y procedimientos, sino que frecuentemente se expresan en términos de la tecnología existente. Asimismo, tampoco existe consenso sobre las trayectorias de aprendizaje adecuadas a la edad de los alumnos y al tipo de lenguaje usado (de bloques o textuales).

Por último, conviene recordar que, si existen aún graves carencias didácticas en el aprendizaje de la programación, aún es mayor para otras áreas que deberían completar el conocimiento sobre la informática. Obviamente, en este contexto ni siquiera existen libros de texto adecuados y recomendables para los alumnos o los profesores.

Hay que distinguir entre la competencia digital que ha de tener cualquier docente y los contenidos propios de la asignatura de informática. El alumnado debe aprender a entenderse con un entorno digital cambiante y que evoluciona a una gran velocidad.

Por tanto la competencia digital es algo que se exige a cualquier tipo de profesorado, de cualquier ámbito y materia. También es una competencia que debería tener cualquier ciudadano, y por lo tanto debería ser trabajada en la escuela. Sin embargo, la programación y desarrollo de la informática requiere conocimientos específicos sobre matemáticas y tecnología, que deben enseñarse con la didáctica apropiada.

5 La experiencia internacional

En lo que se refiere a la interacción entre las matemáticas y la informática, la estructura de los currículos a lo largo de las etapas de Primaria y Secundaria tiene algunas diferencias notables. A continuación, destacamos brevemente algunos ejemplos de prácticas implantadas a nivel internacional.

Algunos países proponen un progreso lineal desde las primeras etapas de Primaria. Por ejemplo, Finlandia, que introduce la programación desde Educación Primaria en el currículo de matemáticas de 1º y 2º o la progresión de la programación en el currículo de Nueva Zelanda, que para el equivalente a cuarto de ESO propone actividades de input/output, para primero de Bachillerato el uso de múltiples procesos y estructuras de datos indexados y, para segundo de Bachillerato lenguajes de programación textuales (Heintz et al., 2016). Otros países, como Polonia, proponen un progreso en espiral basado en tres elementos: (a) problemas, juegos cooperativos, puzzles que usan objetos significativos para la construcción del conocimiento; (b) pensamiento computacional sobre los objetos y conceptos de algoritmos y soluciones; (c) la programación (Syslo & Kawaitkowska, 2015).

Los diferentes países coinciden en las dificultades que suponen para el alumnado el aprendizaje de estas nociones y proponen el uso de metodologías como el aprendizaje basado en problemas y proyectos, aprendizaje cooperativo o la gamificación (Hsu et al., 2019) acompañado del uso de metáforas y gestos que faciliten la comprensión de los conocimientos (Angeli & Giannokos, 2020). Dichas estrategias se aplican conjuntamente en varias asignaturas, como en Estonia que lo integra en el campo de la ingeniería o Israel y Polonia dentro del currículum STEM (Webb et al., 2017).

La aplicación de todas estas estrategias necesita de la disponibilidad de profesorado con suficiente conocimiento y habilidades en el campo. Reino Unido tiene una amplia comunidad de profesores participando en la iniciativa “Computing at School” (Brown et al., 2013) que ofrece un entorno para compartir materiales y guías para los diferentes niveles educativos. Además, certifica al profesorado como profesores de informática. Dicho certificado incluye: reflexión sobre el desarrollo profesional, un proyecto de programación e investigación en el aula (Heintz et al., 2016). En otros países como Noruega han optado por un MOOC (*Massive Open Online Course*) que favorezca el desarrollo profesional del docente. Las iniciativas de formación del profesorado como Australia, Reino Unido o Nueva Zelanda tienen por finalidad el desarrollo del conocimiento de la materia de forma conjunta con el conocimiento pedagógico (PCK) (Webb et al., 2017). Poco a poco van emergiendo iniciativas internacionales que integran el conocimiento tecnológico, pedagógico y del contenido de las materias (TPACK) (Koehler & Mishra, 2009) de matemáticas en Chipre o España (Serradó et al., 2017) o de la informática en China (Kong et al., 2020).

6 Formación del profesorado

En la formación del profesorado de informática y matemáticas hay que distinguir la formación inicial de la formación continua. La situación, los problemas y las oportunidades de ambas etapas son diferentes.

6.1 Formación inicial del profesorado

La cuestión sobre qué conocimiento debe tener el profesorado se conceptualiza desde los años 80, cuando Shulman (1986) define y diferencia el conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico del contenido. En otras palabras, el profesorado debe conocer las matemáticas o la informática, obviamente, pero debe conocer también la didáctica de la materia. Esas teorías de Shulman han ido desarrollándose en los últimos años y han cristalizado en distintos modelos que intentan representar esta división en conocimiento del contenido y conocimiento de la didáctica del contenido. Además de modelos generalistas, en el caso especial de las matemáticas han surgido modelos específicos para representar las peculiaridades de la disciplina (Ball et al., 2008; Carrillo-Yáñez et al., 2018). Estos modelos no solo son descriptivos, sino que ayudan a orientar la formación inicial y continua del profesorado.

El profesorado debe tener suficiente conocimiento de la materia que imparte, pero este conocimiento varía del conocimiento que requiere una persona que se dedique profesionalmente a las matemáticas o a la informática fuera del ámbito docente. Así, el docente debe conocer la estructura general de la disciplina, cómo se relacionan y se integran los distintos bloques o áreas, qué tipo de prácticas caracterizan la materia, y tener una visión global de ese mapa. Dentro de esta visión global, el profesorado debe conocer cómo se relaciona el currículo de su especialidad con el de otras. Así, tanto en matemática como en informática hay que conocer cómo se usarán estos conocimientos en otras materias, usando ejemplos de otras asignaturas (como las matemáticas usadas en materias como ciencias sociales o de la salud, o como la informática usada en matemáticas o física) para que se rompan las barreras entre asignaturas, y el alumnado se sienta motivado por la utilidad de aquello que están aprendiendo, más allá de una materia de matemáticas o informática, sino como parte de un aprendizaje holístico y multidisciplinar.

Por otro lado, dentro del conocimiento didáctico, el profesorado debe ser capaz de plantear actividades adecuadas y resolver las dudas que plantee su alumnado, e incluso anticiparse a ellas. Pero también debe tener una visión más allá de lo que aprenderá su alumnado, debe conocer las metodologías que se utilizan en su disciplina y ser capaz de cuestionarlas, para encontrar la manera de aproximarse a un problema que mejor se adapta a su alumnado y en su contexto. Así mismo, debería tener conocimientos pedagógicos para diseñar o seleccionar aquellas actividades adecuadas a su alumnado, tanto de forma individual como integrado dentro de un nivel, grupo y materia. Además, el profesorado debe dominar el currículo, y no solo el que actualmente imparte, sino también conocer cuáles son las principales líneas o

tendencias curriculares a nivel internacional, en otras palabras, estar actualizado respecto hacia dónde evoluciona la disciplina.

Las competencias como la digital no se limitan al conocimiento de alguna herramienta o en la digitalización de algunos procesos, sino en comprender cómo la transformación digital puede cambiar la manera de entender el mundo y la sociedad en la que vivimos. Se trata de tener los conocimientos necesarios para integrar en la enseñanza de las materias propias las posibilidades que el desarrollo tecnológico nos ofrece. Algunos modelos de conocimiento definidos para el profesorado en general, como el TPACK (Koehler & Mishra, 2009) inciden especialmente en la importancia de la competencia tecnológica y en cómo interactúa con el conocimiento del contenido y de su didáctica, generando nuevos espacios de conocimiento. Por ejemplo, el conocimiento sobre la matemática y su didáctica cambia sustancialmente con la integración de software de geometría dinámica que permite manipular digitalmente conceptos matemáticos (Angeli et al., 2016).

Pero el conocimiento del currículo y la materia no garantiza que la atención al alumnado sea óptima, también es necesaria una formación pedagógica general. Una dificultad que encuentra el profesorado al incorporarse al mundo laboral es que se necesita atender al alumnado en su contexto socioeconómico y hacerlo en coordinación con el claustro. La estructura organizativa de los centros educativos posee mecanismos para abordar esta tarea, la formación inicial debería contemplar proporcionar el conocimiento para el uso óptimo de estos mecanismos. Por ejemplo, la evaluación inicial, en la que se reúne el equipo docente de una clase, debería enseñarse como la herramienta que permite establecer los conocimientos previos del alumnado y tomarse como base para realizar las programaciones de las diferentes áreas de forma coordinada.

Las reuniones de equipo docente, tanto de ciclo como de clase, en las sesiones de evaluación y en otras extraordinarias, permiten adoptar medidas conjuntas para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de una clase o ciclo concreto. En las reuniones de departamento y en las reuniones de coordinación pedagógica, se realizan las programaciones didácticas y se articula la coordinación entre niveles educativos y materias. El claustro del profesorado y el consejo escolar son los órganos de gobierno colegiados que aprueban acuerdos globales que afectan a toda la comunidad educativa. Los departamentos de orientación pedagógica y las tutorías atienden al alumnado de forma individual y en su contexto, proporcionando recursos y adoptando medidas que hagan que el alumnado progrese hasta el máximo de sus posibilidades.

Como se ha señalado en el apartado anterior, existen diferencias notables en la formación de los profesores de matemáticas e informática. Los alumnos de los grados de educación tienen conocimientos básicos de matemáticas y estudian asignaturas de didáctica de las mismas. Sin embargo, sus conocimientos de informática y las asignaturas de informática en sus grados (cuando existen) se limitan casi exclusivamente a competencia digital.

Los alumnos de los másteres de formación del profesorado también se encuentran con situaciones distintas. Existe una especialidad en matemáticas cuyo contenido suele ser principalmente didáctico. Sin embargo, existe una especialidad doble en tecnología e informática. Esta dualidad hace que los alumnos tengan una formación previa en uno u otro

perfil y, por tanto, su formación didáctica deba complementarse con formación en contenidos del otro perfil.

6.2 La formación continua del profesorado de informática y matemáticas

El desarrollo profesional del profesorado en ejercicio requiere actuaciones diferenciadas que atiendan a cada una de sus didácticas específicas, siendo imprescindible un programa organizado y sistemático de actualización científica y didáctica en la disciplina que se imparte. Sin embargo, los programas de formación pueden confluir en algunos aspectos y se pueden establecer acciones conjuntas para coordinar la enseñanza de ambas disciplinas. Nuestra sugerencia es plantear cuatro niveles de concreción:

- Ofrecer la posibilidad de actualización científica en ambas disciplinas, y en concreto en aquellos campos donde los contenidos curriculares interactúen. De esta forma el profesorado estará informado sobre los avances científicos de las dos materias y podrán coordinarse para trabajar en las aulas.
- Organizar formaciones basadas en el diseño de actividades concretas para llevar al aula. De esta forma se podrían crear equipos interdisciplinarios en los centros educativos que pusiesen en marcha proyectos en los que las matemáticas y la informática fuesen de la mano.
- Fomentar la creación de redes de profesorado de informática y matemáticas. De esta forma se ofrece la oportunidad al profesorado de intercambiar recursos y experiencias docentes, generando sinergias con impacto en las aulas.
- Organizar eventos en los que el profesorado de informática y matemáticas pueda exponer sus investigaciones de aula y que les sean reconocidos estos méritos. Estos eventos pueden tener la denominación de congresos, simposios, jornadas...

La formación continua del profesorado organizada en torno a estos cuatro niveles debería formar parte del desarrollo profesional del docente, tanto de informática como de matemáticas, y organizarse en forma de itinerarios que sean reconocidos por las administraciones educativas.

7 Recomendaciones

- El sistema educativo debería revisarse de forma que conjugue un buen diseño curricular (que incluya los conceptos de la materia y una adecuada planificación temporal) con el fomento de competencias transversales (como la creatividad, comunicación, el pensamiento crítico y la ética).
- Todas las definiciones de competencia matemática incluyen tanto la habilidad para la resolución de problemas como la capacidad de comunicar los resultados a audiencias de distinto tipo. La resolución de problemas en la sociedad actual está necesariamente conectada con la experimentación y la implementación de estas soluciones a través de herramientas informáticas de distinta índole.
 - Convendría realizar una actualización de los contenidos de matemáticas incluyendo, entre otras cosas, el concepto de algoritmo y elementos de matemáticas discretas como combinatoria, teoría de grafos o elementos de lógica.
- Es necesaria una revisión de la competencia digital en todo el currículo, no sólo en matemáticas, y que esté bien planificada y coordinada con recomendaciones nacionales e internacionales ampliamente aceptadas.
 - Los contenidos de informática que se deben incluir en la Enseñanza Secundaria no deben limitarse a la competencia digital. Es necesario hacer llegar al alumnado contenidos de la informática como disciplina.
 - El alumnado debe aprender a entenderse con un entorno digital cambiante y que evoluciona a una gran velocidad.
 - La digitalización en el mundo educativo debe abordarse como una necesidad profesional y cultural.
- Se debe reforzar la conexión que existe entre las matemáticas y la informática en Educación Secundaria, de forma que se haga explícita la simbiosis entre ambas y se potencie la coordinación entre el profesorado. Es necesaria la integración decidida de las ventajas que proporciona la informática en el aprendizaje de las matemáticas, tanto conceptual como instrumentalmente; por otro lado, este enfoque en el estudio de las matemáticas también redundará en un mejor acercamiento a los paradigmas de la educación en informática.
- Los métodos didácticos deben permitir el desarrollo de una comprensión clara de las materias que incluya la adquisición de las competencias, entendidas como conocimiento, habilidades (resolución de problemas) y actitudes. Debe huirse tanto de un enfoque puramente memorístico (sin un aprendizaje más profundo) como de uno limitado a proyectos (sin una base conceptual adecuada).
- La formación del profesorado de matemáticas y de informática resulta clave. Debe incluir una formación inicial sólida y una formación continua que garantice la alineación con los métodos y herramientas de cada momento.

-
- Debería planificarse el nivel de competencia del alumnado y del profesorado en los distintos niveles educativos y tomar las medidas de equipamiento, formación y desarrollo curricular necesarias para garantizarlo.

8 Referencias

Angeli, C. & Giannakos, M. (2020). Computational thinking education: Issues and challenges. *Computers in Human Behaviour*, 105. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2019.106185>

Angeli, C., Valanides, N., & Christodoulou, A. (2016). Theoretical considerations of technological pedagogical content knowledge. Chapter 2 in Herring, M.C., Koheler, M.J. & Punya, M. (Eds.) *Handbook of Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) for Educators*, 11–33. Routledge.

Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>

Barba, D., & Calvo, C. (2011). Sentido numérico, aritmética mental y algoritmos. In J. E. García & J.L. Álvarez (Eds.), *Elementos y razonamientos en la competencia matemática* (pp. 47-78). Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

Bracho-López, R. (2013). Menos reglas y más sentido: alternativas metodológicas a los algoritmos de cálculo tradicionales para el desarrollo del sentido numérico en la educación primaria. En *Actas del VII CIBEM*, Montevideo (pp. 70-77). Montevideo: FISEM. Retrieved May, 17, 2020 from <http://cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/301.pdf>

Brown, N.C.C., Kölling, M., Crick, T., Peyton Jones, S., Humphreys, S., & Sentance, S. (2013). Bringing computer science back into schools: Lessons from the UK. *Proceedings of the 44th ACM Technical Symposium on Computer Science Education (SIGCSE '13)*, pp. 269-274. <https://doi.org/10.1145/2445196.2445277>

Carpensen, M.E., Gal-Ezer, J., McGettrick, A., & Nardelli, E. (2018). Informatics for All. The Strategy. ACM Europe & Informatics Europe. Retrieved May, 16, 2020 from https://www.informatics-europe.org/component/phocadownload/category/10-reports.html?download=75:informatics_for_all_2018

Carretero, S., Vuorikari, R., & Punie, Y. (2017). DIGCOMP 2.1: The digital competence framework for citizens with eight proficiency levels and examples of use, EUR 28558 EN. <https://doi.org/10.2760/38842>

Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M.C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>

CECE - The Committee on European Computing Education (2017). Informatics Education in Europe: Are We All in the same Boat? Informatics Europe & ACM Europe. Recuperado 16 May de 2020 from

<http://www.informatics-europe.org/component/phocadownload/category/10-reports.html?download=60:cece-report>.

CEMat - Comité Español de Matemáticas (2020). Conclusiones del Seminario para el análisis y propuestas sobre el currículum de matemáticas en Bachillerato (Castro-Urdiales, 6-8 marzo).

<https://www.rsme.es/2020/04/propuestas-sobre-el-curriculum-de-matematicas-en-bachillerato/>

Clancy, M. (2004). Misconceptions and attitudes that interfere with learning to program, In *Computer Science Education Research*, Fincher, S. & Petre, M. (eds.), pp. 85-100. Routledge.

Denning, P. J., Comer, D. E., Gries, D., Mulder, M. C., Tucker, A., Turner A. J., & Young, P. R. (1989). Computing as a discipline, *Communications of the ACM*, 32(1):9-23. <https://doi.org/10.1145/63238.63239>

Fincher, S. & Robins, A. (2019). *The Cambridge Handbook of Computing Education Research*. Cambridge University Press.

GAISE - College Report ASA Revision Committee (2016). Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education College Report 2016. <http://www.amstat.org/education/gaise>

Gander, W. (coord.). (2013). Informatics Education: Europe cannot afford to miss the boat. Joint Informatics Europe & ACM Europe Working Group on Informatics Education. Retrieved May, 16 2020 from

<https://www.informatics-europe.org/component/phocadownload/category/10-reports.html?download=60:cece-report>

García Armendáriz, M. V., Azcárate, C., & Deulofeu, J. (1993). Didáctica de las Matemáticas y Psicología. *Infancia y aprendizaje*, 16(62-63), 77-99. <https://doi.org/10.1080/02103702.1993.10822374>

Hanks, B., Fitzgerald, S., McCauley, R., Murphy, L., & Zander, C. (2011). Pair programming in education: A literature review. *Computer Science Education*, 21(2), 135-173.

<https://doi.org/10.1080/08993408.2011.579808>

Heintz, F., Manila, L. & Färnqvist, T (2016). A review of models for introducing computational thinking, computer science and computing in K-12 education. *Frontiers in Education Conference (FIE)* (pp. 1-9), IEEE. <https://doi.org/10.1109/FIE.2016.7757410>

Hsu, T.C., Chang, S.C. & Hung, Y.T. (2018). How to learn and how to teach computational thinking: suggestions based on a review of the literature. *Computers & Education*, 126, 296-310.

<https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.07.004>

Hundhausen, C. D., Douglas, S. A., & Stasko, J.T. (2002). A meta-study of algorithm visualization effectiveness *Journal of Visual Languages and Computing*, (13)3, 259–290.

<https://doi.org/10.1006/jvlc.2002.0237>

INTEF - Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y Formación del Profesorado (2017). Marco Común de Competencia Digital Docente – Octubre 2017. Retrieved May 17, 2020 from:

https://aprende.intef.es/sites/default/files/2018-05/2017_1020_Marco-Común-de-Competencia-Digital-Docente.pdf

-
- Jablonka, E. (2007). The Relevance of Modelling and Applications: Relevant to Whom and for What Purpose?. In Blum W., Galbraith P.L., Henn HW., Niss M. (eds) *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New ICMI Study Series, vol 10. Springer, Boston, MA.
- Koehler, M. & Mishra, P. (2009). What is Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK)?. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60-70. Waynesville, NC USA: Society for Information Technology & Teacher Education. <https://www.learntechlib.org/p/29544/>
- Kong, S-C., Lai, M. & Sun, D. (2020). Teacher development in computational thinking: Design and learning outcomes of programming concepts, practices and pedagogy. *Computers & Education*, 151, <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103872>
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder R. (2016). Problem Solving in Mathematics Education. In *Problem Solving in Mathematics Education. ICME-13 Topical Surveys*. Springer, Cham
- McKinsey Global Institute (2018). *Skill shift: Automation and the future of the workforce*. Retrieved May 17, 2020 from <https://www.mckinsey.com/featured-insights/future-of-work/skill-shift-automation-and-the-future-of-the-workforce>
- Mayer, R. (2004). Should there be a three-strikes rule against pure discovery learning? The case for guided methods of instruction. *American Psychologist*, 59(1), 14-19. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.59.1.14>
- MECD (2014). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la educación secundaria obligatoria y del bachillerato. <https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In *3rd Mediterranean conference on mathematical education* (pp. 115-124).
- OCDE - Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2017). Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias (Versión preliminar). París: OECD Publishing. Retrieved May 17, 2020 from https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/ebook%20-%20PISA-D%20Framework_PRELIMINARY%20version_SPANISH.pdf
- Oliver, D., Dobeles, T., Greber, M., & Roberts, T. (2004). Comparing course assessments: When lower is higher and higher, lower. *Computer Science Education*, 14(4), 321-341. <https://doi.org/10.1080/0899340042000303465>
- Prince, M.J. (2004). Does active learning work? A review of the research. *Journal of Engineering Education*, 93(3), 223-231. <https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2004.tb00809.x>
- Redecker C. (2017). European Framework for the Digital Competence of Educators: DigCompEdu. Punie, Y. (ed). EUR 28775 EN. Publications Office of the European Union, Luxemburgo. <https://doi.org/10.2760/159770>
-

Robins, A., Roundtree, J., & Roundtree, N. (2003). Learning and teaching programming: A review and discussion. *Computer Science Education*, 13(2), 137-172. <https://doi.org/10.1076/csed.13.2.137.14200>

Rodríguez-Muñiz, L. J., Díaz, P., Mier, V., & Alonso, P. (2016). Washback Effect of University Entrance exams in Applied Mathematics to Social Sciences. *PLoS ONE*, 11(12). <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC5147902/#>

RSME - Real Sociedad Matemática Española (2020). *Libro Blanco de las Matemáticas*. Editorial Centro de Estudios Ramón Areces: Madrid.

Serradó, A., Meletiou-Mavrotheris, M., Papanastasiou, E. (2017). A Study on Statistical Technological and Pedagogical Content Knowledge on an Innovative Course on Quantitative Research Methods. In Aldon, G., Hitt, F., Bazzini, L., Gellert, U. (Eds.), *Mathematics and Technology, A C.I.E.A.E.M. Sourcerbook*, 467-494, Cham: Springer. <https://www.springer.com/in/book/9783319513782>

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>

Sorva, J. (2013). Notional machines and introductory programming education, *ACM Transactions on Computing Education*, 13(2), Article No 8. <https://doi.org/10.1145/2483710.2483713>

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The Mathematics Educator*, 14(1), 19–34. <https://eric.ed.gov/?id=EJ848493>

Syslo, M. M., & Kwiatkowska, A. B. (2015). Introducing a new computer science curriculum for all school levels in Poland. In Brodnik, A. & Vahrenhold, J. (Eds.) *International conference on informatics in Schools: Situation, evolution, and perspectives*, Ljubljana, Slovenia, 2015 (pp. 141-154). Verlag: Springer. LNCS 9378. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-25396-1_13

Velázquez Iturbide, J. Á. (coord.) (2018). Informe del grupo de trabajo SCIE/CODDII sobre la enseñanza preuniversitaria de la informática. Sociedad Científica Informática de España (SCIE). Recuperado 16 Mayo 2020 de <http://www.scie.es/informatica-ensenanza-no-universitaria/>.

Wasik, S., Antczak, M., Badura, J., Laskowski, A., & Sternal, T. (2018). A survey on online judge systems and their applications. *ACM Computing Surveys*, 51(1): Article No 3. <https://doi.org/10.1145/3143560>

Webb, M., Davis, N., Bell, T., Katz, Y. J., Reynolds, N., Chambers, D., & Syslo, M. M. (2017). Computer science in K-12 school curricula of the 21st century: Why, what and when? *Education Information Technology*, 22(2): 445-468. <https://doi.org/10.1007/s10639-016-9493-x>

9 Redactores del documento

Por parte de la RSME:

- Luis J. Rodríguez Muñiz (Universidad de Oviedo)
- Ana Serradó Bayes (Col. "La Salle-Buen Consejo", Puerto Real)
- Elena Thibaut Tadeo (CEFIRE Científico, Tecnológico y Matemático; Universitat de València)

Por parte de la SCIE:

- J. Ángel Velázquez Iturbide (Universidad Rey Juan Carlos)
- David López Álvarez (Universitat Politècnica de Catalunya)
- Antonio Bahamonde (Universidad de Oviedo)