



Real Sociedad
Matemática Española

PROBLEMA DEL MES

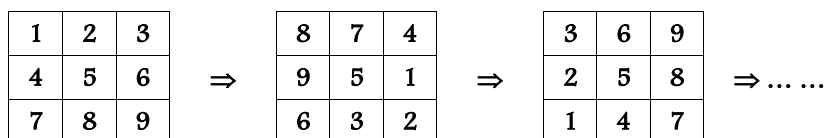
Mayo – 2022

Remítid vuestras soluciones antes del día 29 a la dirección: problemadelmes@rsme.es

Alevín (5º/6º Primaria)

A-023. Tablero iterativo.

Si descifras la pauta de movimientos que siguen los números del tablero sabrás responder a estas dos cuestiones:



- ¿En qué iteración los números de cada fila, de izquierda a derecha, aparecerán en columna, de arriba abajo?
- ¿En qué iteración se volverá a la misma posición de inicio?

Antonio Ledesma López (Club Matemático. Requena)

Infantil (1º/2º ESO)

I-023. Operación redondopor.

La curiosa operación *redondopor* con enteros no negativos, que se simboliza así \otimes , actúa de esta forma: $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = (\mathbf{a} - \mathbf{1}) \otimes (\mathbf{b} + \mathbf{1})$. Por ejemplo: $23 \otimes 32 = 22 \otimes 33$ ó bien $22 \otimes 21 = 21 \otimes 22$ caso, que como puedes ver, conmuta.

Busca todos los pares (\mathbf{a}, \mathbf{b}) de números naturales para los que conmuta.

Antonio Ledesma López (Club Matemático. Requena)

Cadete (3º/4º ESO)

C-023. Suma de dos cuadrados.

Prueba que, en general: si un número entero se puede poner como suma de dos cuadrados, su doble también.

y, al contrario, que: si el doble de un número entero se puede poner como suma de dos cuadrados, entonces, el número también se puede poner como suma de dos cuadrados.

Antonio Ledesma López (Club Matemático. Requena)

Juvenil (1º/2º Bachillerato)

Jv-023. Propiedad de los números combinatorios.

Demuestra que, para todo $\mathbf{n} \in \mathbf{N}$, se verifica que

$$3^n + 1 = \binom{n}{0} 2^{n+1} + \binom{n}{2} 2^{n-1} + \binom{n}{4} 2^{n-3} + \binom{n}{6} \cdot 2^{n-5} + \dots$$

Miguel Ángel Ingelmo Benito (IES José Saramago. Arganda del Rey)

Júnior

Jn-023. Tres raíces.

Dado el polinomio $\mathbf{p(x)} = \mathbf{x^3 + Bx^2 + Cx + D}$, probar que si una raíz es la media geométrica de las otras dos, entonces $\mathbf{B^3 D = C^3}$

Antonio Ledesma López (Club Matemático. Requena)

Sénior

S-023. Más menos más menos.

Sea $\mathbf{P(x)} = \mathbf{a_0 x^n - a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} - \dots + (-1)^n a_n}$, con $\mathbf{a_0, a_1, a_2, \dots, a_n} \in \mathfrak{R}^+$, un polinomio cuyas \mathbf{n} raíces son reales. Demuestra que:

$$\text{a) } \mathbf{n} \leq \sqrt{\frac{\mathbf{a_1 a_{n-1}}}{\mathbf{a_0 a_n}}} \quad \text{b) } \mathbf{n} \leq \min\left(\frac{\mathbf{a_{n-1}^n}}{\mathbf{a_0 a_n^{n-1}}}, \frac{\mathbf{a_1^n}}{\mathbf{a_0^{n-1} a_n}}\right)$$

Miguel Ángel Ingelmo Benito (IES José Saramago. Arganda del Rey)