Real Sociedad
Matemática Española

PROBLEMA DEL MES

Mayo – 2022

Remitid vuestras soluciones antes del día 29 a la dirección: problemadelmes@rsme.es

Alevín (5º/6º Primaria)

A-023. Tablero iterativo.

Si descifras la pauta de movimientos que siguen los números del tablero sabrás responder a estas dos cuestiones:

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1&2&3\\\hline 4&5&6\\\hline 7&8&9\\\hline\end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 8&7&4\\\hline 9&5&1\\\hline 6&3&2\\\hline\end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|}\hline 3&6&9\\\hline 2&5&8\\\hline 1&4&7\\\hline\end{array} \Rightarrow \ldots\ldots$$

a) ¿En qué iteración los números de cada fila, de izquierda a derecha, aparecerán en columna, de arriba abajo?

b) ¿En qué iteración se volverá a la misma posición de inicio?

Antonio Ledesma López *(Club Matemático. Requena)*

Infantil (1º/2º ESO)

I-023. Operación *redondopor*.

La curiosa operación *redondopor* con enteros no negativos, que se simboliza así $\otimes$, actúa de esta forma: $a\otimes b=(a-1)\otimes(b+1)$. Por ejemplo: $23\otimes 32=22\otimes 33$ ó bien $22\otimes 21=21\otimes 22$ caso, que como puedes ver, conmuta.

Busca todos los pares (a,b) de números naturales para los que conmuta.

Antonio Ledesma López *(Club Matemático. Requena)*

Cadete (3º/4º ESO)

C-023. Suma de dos cuadrados.

Prueba que, en general: si un número entero se puede poner como suma de dos cuadrados, su doble también.

y, al contrario, que: si el doble de un número entero se puede poner como suma de dos cuadrados, entonces, el número también se puede poner como suma de dos cuadrados.

Antonio Ledesma López *(Club Matemático. Requena)*

Juvenil (1º/2º Bachillerato)

Jv-023. Propiedad de los números combinatorios.

Demuestra que, para todo $n\in\mathbb{N}$, se verifica que

$$3^n+1=\binom{n}{0}2^{n+1}+\binom{n}{2}2^{n-1}+\binom{n}{4}2^{n-3}+\binom{n}{6}\cdot 2^{n-5}+\ldots$$

Miguel Ángel Ingelmo Benito *(IES José Saramago. Arganda del Rey)*

Júnior

Jn-023. Tres raíces.

Dado el polinomio $p(x)=x^3+Bx^2+Cx+D$, probar que si una raíz es la media geométrica de las otras dos, entonces $B^3D=C^3$

Antonio Ledesma López *(Club Matemático. Requena)*

Sénior

S-023. Más menos más menos.

Sea $P(x)=a_0x^n-a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}-\ldots+(-1)^n a_n$, con $a_0,a_1,a_2,\ldots,a_n\in\Re^+$, un polinomio cuyas n raíces son reales. Demuestra que:

a) $n\le\sqrt{\dfrac{a_1a_{n-1}}{a_0a_n}}$ b) $n^n\le\min\left(\dfrac{a_{n-1}^n}{a_0a_n^{n-1}},\dfrac{a_1^n}{a_0^{n-1}a_n}\right)$

Miguel Ángel Ingelmo Benito *(IES José Saramago. Arganda del Rey)*