Real Sociedad Matemática Española

PROBLEMA DEL MES

Julio/Agosto – 2022

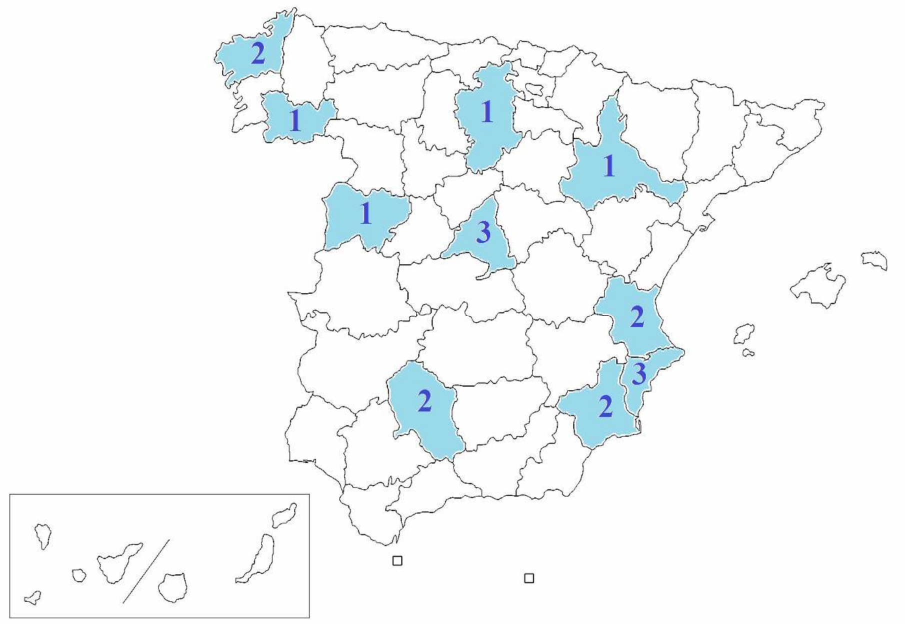
Soluciones

Relación de problemas de los que ya se ha recibido solución correcta

	Alevín	Infantil	Cadete	Juvenil	Junior	Sénior
023	✓	✓	✓	✓	✓	✓
024	✓	✓	✓	✓	✓	✓
025	✓		✓		✓	

Entendemos que todas aquellas personas que remiten material para esta sección, aceptan ser mencionados en el archivo PM del mes, bien como proponentes de los problemas, bien como resolutores y, además en este caso, si así lo considera el equipo editor, que sus soluciones se expongan como muestra del buen proceder a la hora de abordar dichos problemas. En caso contrario, rogamos que lo indiquen expresamente.

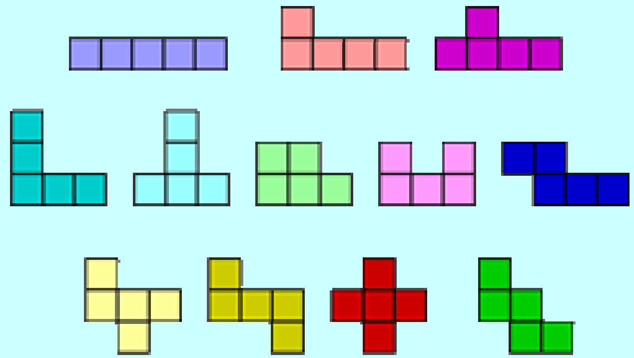
35 respuestas de 18 participantes (16 chicos / 02 chicas)



Alevín (5º/6º Primaria) / Infantil (1º/2º ESO)

A-025 / I-025. Pentominós.

En una bolsa totalmente opaca tenemos fichas de pentominós de doce colores diferentes, doce juegos de cada color, en total 1728 fichas. Si las vas sacando una a una ¿cuál es la cantidad mínima de fichas que has de sacar para estar seguro, en cualquier caso, de conseguir, o bien doce fichas de distinta forma sin importar el color, o bien doce fichas de un solo color, o bien doce fichas de la misma forma de cualquier color?



Solución

Etiquetemos cada una de las 1728 fichas con una terna numérica (a,b,c) donde todas sus componentes son valores naturales que variarán de 1 a 12: la primera, hace referencia al número de juego al que pertenece; la segunda, al número de color que tiene y, finalmente, la tercera, al número correspondiente a su forma.

Al ir sacando de una en una todas las fichas, el peor caso posible podría ser, por ejemplo, cuando obtuviéramos todas con $1 \le a,b,c \le 11$, en total, $11^3 = 1331$.

Y al sacar una más, la 1332, ya tendríamos, seguro, bien un juego de doce fichas completo, bien doce fichas del mismo color o bien doce de la misma forma.

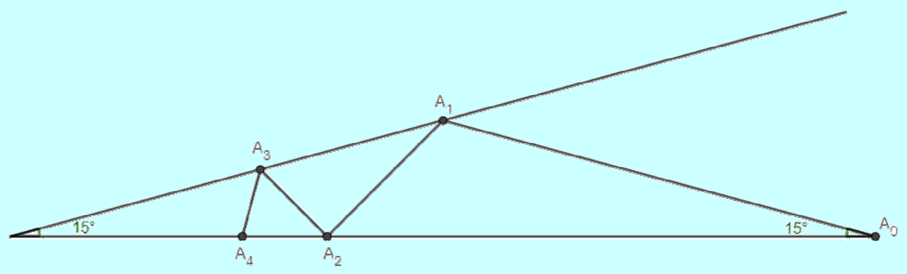
Bien resuelto por: Isaac Dawson Marco (IES Enric Soler i Godes. Benifaió)

Se recibieron también una solucion incompletas y ocho incorrectas

Cadete (3º/4º ESO) / **Juvenil** (1º/2º Bachillerato)

C-025 / Jv-025. Espejos reflectantes.

Dos espejos planos están unidos formando un ángulo de 15º. Sea A_0 el punto del espejo inferior situado a 1 metro del vértice. Del punto A_0 parte un rayo de luz formando un ángulo de 15º con dicho espejo. El rayo de luz impacta en el espejo superior en el punto A_1, reflejándose hacia el punto A_2 del espejo inferior. Al impactar en dicho punto, se refleja en el punto A_3 del espejo superior, y así sucesivamente como se ve en la ilustración.

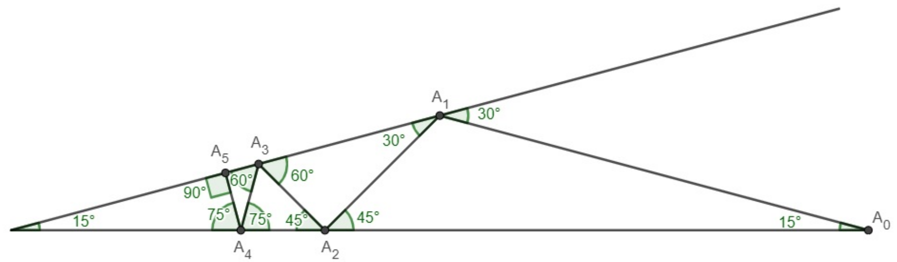


Determina la distancia a la que estará el punto A_{10} del punto inicial A_0.

Solución:

Si llamamos O al vértice, completando el triángulo tenemos que $\angle OA_1A_0 = 150°$ y, así, el ángulo de inclinación del rayo con el espejo superior es de 30º, tanto del incidente como del reflejado, por lo que $\angle OA_1A_2 = 30°$.

Análogamente, completando de nuevo triángulos, podemos ver que $\angle OA_2A_3 = 45°$, $\angle OA_3A_4 = 60°$, $\angle OA_4A_5 = 75°$ y, finalmente, $\angle OA_5A_4 = 90°$.



En conclusión, el rayo que parte de A_4 e impacta en A_5 se reflejaría de nuevo en A_4 y el rayo desharía todo el recorrido inicial. Es decir, $A_6 \equiv A_4$, $A_7 \equiv A_3$, $A_8 \equiv A_2$, $A_9 \equiv A_1$ y $A_{10} \equiv A_0$.

Por tanto, la distancia es cero, ya que A_{10} y A_0 son, en realidad, el mismo punto.

*Bien resuelto por: **Antonio Roberto Martínez Fernández** (CEA Mar Menor. Torre Pacheco), **Ignacio Larrosa Cañestro** (IES Rafael Dieste. A Coruña), **Diego Alonso Domínguez** (IES Vaguada de la Palma. Salamanca), **F. Damián Aranda Ballesteros** (IPEP-Córdoba), **José Luis Marín Albea** (Escuela de Pensamiento Matemático "Miguel de guzmán". Torrelodones), **Francisco J. Babarro Rodríguez** (IES A Carballeira. Ourense), **Francisco Rodríguez-Carretero Roldán** (Colegio Bética-Mudarra. Córdoba), **Juan Luis Ródenas Pedregosa** (IES La Mola. Novelda) y **Nicolás Uzquiza López** (IES La Bureba. Briviesca)*

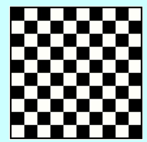
Se recibieron también dos soluciones incorrectas

Júnior / Sénior

Jn-025 / S-025. Torres en un tablero de ajedrez ampliado.

Se colocan 41 torres en un tablero de ajedrez 10 x 10.

Probar que siempre se podrán seleccionar cinco de ellas, de modo que ninguna de las cinco esté atacando a ninguna otra de esas cinco.



Solución

Numeramos del 1 al 10 las celdas del tablero de la forma indicada en el gráfico. Por el **principio del palomar** podemos asegurar que, al colocar como queramos las 41 torres, al menos, cinco de ellas coincidirán en una celda con idéntica numeración. Las torres situadas en celdas con igual numeración no se atacan entre sí, Por tanto, podemos afirmar que esas cinco torres no se atacan entre sí.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	10	1	2	3	4	5	6	7	8
8	9	10	1	2	3	4	5	6	7
7	8	9	10	1	2	3	4	5	6
6	7	8	9	10	1	2	3	4	5
5	6	7	8	9	10	1	2	3	4
4	5	6	7	8	9	10	1	2	3
3	4	5	6	7	8	9	10	1	2
2	3	4	5	6	7	8	9	10	1

*Bien resuelto por: **Antonio Roberto Martínez Fernández** (CEA Mar Menor. Torre Pacheco), **Diego Alonso Domínguez** (IES Vaguada de la Palma. Salamanca), **F. Damián Aranda Ballesteros** (IPEP-Córdoba), **Francisco Rodríguez-Carretero Roldán** (Colegio Bética-Mudarra. Córdoba), **Juan Luis Ródenas Pedregosa** (IES La Mola. Novelda), **Celso de Frutos de Nicolás** (Coslada), **Miguel Ángel Ingelmo Benito** (IES José Saramago. Arganda del Rey), **Candela Puche Gil** (IES José Martínez Ruiz "Azorín". Yecla) y **José Arnal Trespallé** (Universidad de Zaragoza)*

Se recibieron también tres soluciones incompletas y una incorrecta.